

На правах рукописи

*В.М.М.*

**ВИШНЕВСКИЙ Дмитрий Михайлович**

**КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫЙ АЛГОРИТМ  
МОДЕЛИРОВАНИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ  
В АНИЗОТРОПНЫХ УПРУГИХ СРЕДАХ**

Специальность 1.6.9 – геофизика

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

**НОВОСИБИРСК – 2023**

**Работа выполнена** в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука Сибирского отделения Российской академии наук (ИНГГ СО РАН).

**Научный руководитель:**

**Лисица Вадим Викторович,**  
доктор физико-математических наук.

**Официальные оппоненты:**

**Садовский Владимир Михайлович,** доктор физико-математических наук, чл.-корр. РАН, профессор, Институт вычислительного моделирования Сибирского отделения Российской академии наук – обособленное подразделение Федерального исследовательского центра «Красноярский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук», главный научный сотрудник, заведующий отделом;

**Вершинин Анатолий Викторович,** доктор физико-математических наук, доцент, МГУ им. М.В. Ломоносова, механико-математический факультет, отделение механики, профессор кафедры вычислительной механики.

**Ведущая организация:**

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук (г. Новосибирск).

Защита состоится 22 марта 2023 г. в 14:00 часов на заседании диссертационного совета 24.1.087.02, созданного на базе ИНГГ СО РАН, по адресу: 630090, г. Новосибирск, просп. Ак. Коптюга, 3, конференц-зал.

Отзывы в двух экземплярах, оформленные в соответствии с требованиями Минобрнауки России (см. вклейку), просим направлять по адресу:

просп. Ак. Коптюга, 3, Новосибирск, 630090;  
факс: (383) 330-28-07;  
e-mail: NevedrovaNN@ipgg.sbras.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на официальном сайте ИНГГ СО РАН:

<http://www.ipgg.sbras.ru/ru/education/commettee/vishnevsky2023>

Автореферат разослан 15 февраля 2023 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
д.г.-м.н., доцент



Неведрова  
Нина Николаевна

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Объект исследования** – конечно-разностный метод решения прямой задачи сейсмологии на предмет развития его теоретической и алгоритмической составляющих для увеличения вычислительной эффективности алгоритмов расчета сейсмических волновых полей в трехмерных анизотропных средах на вычислительных системах с параллельной архитектурой.

**Актуальность.** Как известно, численное моделирование сейсмических волновых полей – важный исследовательский инструмент современной геофизики. Оно предшествует полевым физическим экспериментам, дополняет их и частично заменяет, когда выполнение полевых экспериментов затруднено или невозможно.

С появлением вычислительных систем с параллельной архитектурой открылась принципиальная возможность перейти от двумерных к более реалистичным трехмерным сейсмогеологическим средам при расчетах сейсмических волновых полей. В связи с этим приобретают актуальность развитие численных методов решения таких задач и разработка на их основе алгоритмов, ориентированных на параллельные вычисления.

Одновременно с этим углубляется понимание физики распространения сейсмических волн в реальных горных породах, и требуется адаптация соответствующих численных методов, в частности, учитывающих анизотропию скоростей распространения волн. Например, учет анизотропии важен при моделировании трещиноватых резервуаров. Ориентированная трещиноватость горной породы приводит и к её сейсмической анизотропии, и к изменению флюидопроницаемости в разных направлениях, которые в результате связаны между собой. Следовательно, знание параметров анизотропии необходимо для определения флюидопроницаемости при проектировании добывающих скважин большей эффективности.

Тогда при программной реализации алгоритмов моделирования сейсмических волновых полей и практических расчетах время вычислений и объем вычислительных ресурсов существенно увеличиваются следующими факторами: трехмерностью среды, анизотропией среды и необходимостью полномасштабных численных экспериментов. Поэтому особую актуальность приобретают увеличение вычислительной эффективности используемых численных методов и алгоритмов на их основе.

**Цель исследования** – развитие конечно-разностных алгоритмов решения прямой задачи сейсмологии, повышение вычислительной эффективности ее решения для трехмерной анизотропной упругой среды

за счет использования схемы на основе сетки Лебедева, соответствующего алгоритма и его программной реализации для вычислительных систем с распределенной памятью.

### **Научные задачи:**

1. На основе сетки Лебедева разработать конечно-разностную схему для численного решения прямой задачи сейсмологии в трехмерной анизотропной среде.

2. На основе схемы разработать алгоритм численного решения прямой задачи сейсмологии и реализовать его в научно-исследовательской версии программного обеспечения, ориентированного на параллельные вычисления.

### **Теория и методы исследования**

Высокая степень достоверности полученных научных результатов определяется использованием следующих современных математических теорий и методов:

- теория упругости, а именно динамическая линейная система уравнений в анизотропной постановке в качестве математической модели распространения упругих сейсмических волн;

- метод конечных разностей для численного решения начально-краевой задачи для системы уравнений упругости;

- теория уравнений в частных производных и теория конечно-разностных уравнений для сравнительного анализа численной дисперсии конечно-разностных схем и определения их относительной вычислительной эффективности;

- метод дифференциального приближения конечно-разностного уравнения для устранения нефизических решений, допускаемых конечно-разностными схемами;

- прием PML (Perfectly Matched Layer – абсолютно согласованный слой) к построению слабоотражающих слоев для гиперболической системы дифференциальных уравнений;

- теория распространения волн в упругих анизотропных средах при верификации полученных численных решений сопоставлением конечно-разностных волновых фронтов с полученными аналитически.

Для создания научно-исследовательской версии программной реализации разработанного алгоритма для параллельных вычислительных систем используются:

- язык программирования C/C++;

- метод пространственной декомпозиции расчетной области;

– интерфейс передачи сообщений MPI (англ. «Message Passing Interface») для организации передачи информации между параллельными вычислительными потоками.

Верификация разработанных алгоритмов выполнялась сопоставлением результатов серии численных экспериментов с теоретически известными результатами.

### **Защищаемые научные результаты:**

1. Разработанная, теоретически и численно исследованная конечно-разностная схема на основе сетки Лебедева для решения прямой задачи сейсмологии в трехмерной анизотропной среде.

2. Разработанный по схеме и реализованный в виде научно-исследовательской версии программного обеспечения алгоритм для расчета волновых полей в прикладных задачах сейсмологии.

### **Научная новизна**

С использованием конечно-разностной сетки Лебедева разработана и теоретически обоснована конечно-разностная схема для динамической системы уравнений теории упругости в трехмерной анизотропной среде. Методом дифференциального приближения показано существование у разработанной схемы более широкого набора независимых решений (плоских волн), часть из которых являются нефизическими; разработан способ подавления нефизических решений путем аппроксимации начальных условий.

С использованием слабоотражающих слоев и декомпозиции вычислительной области на основе схемы разработан алгоритм, ориентированный на параллельные вычислительные системы. С помощью численных экспериментов на сетках с уменьшающимися шагами подтвержден первый порядок сходимости схемы на репрезентативном наборе моделей.

### **Личный вклад**

Для расчета сейсмических волновых полей в трехмерной анизотропной среде разработана новая конечно-разностная схема (совместно с В.В. Лисицей): построены формулы для коэффициентов схемы, выведено условие устойчивости, исследована численная дисперсия и нефизические решения.

На основе схемы разработан и реализован в виде научно-исследовательской версии программного обеспечения алгоритм расчета волновых полей. Выполнены численные эксперименты для исследования сходимости разработанной схемы и ее аналогов. Рассчитаны волновые поля для двух плоскостных трехмерных моделей анизотропных сред.

Выполнено полномасштабное трехмерное численное моделирование для изотропной модели доюрского комплекса Томской области.

Лично участвовал в подготовке публикаций по теме диссертации.

### **Теоретическая и практическая значимость результатов**

С помощью современных достижений теории разностных схем разработан новый конечно-разностный алгоритм численного решения прямой задачи сеймики для трехмерной анизотропной среды, обладающий лучшей вычислительной эффективностью, чем известные конечно-разностные аналоги. На его основе создан ориентированный на параллельные вычислительные системы научно-исследовательский вариант программного обеспечения.

Алгоритм позволяет изучать проявление анизотропии среды в сейсмоакустических полях, которое может быть связано, например, с сонаправленной трещиноватостью некоторых пластов геологических пород. Это делает возможным появление новых подходов к определению свойств среды сейсмическими методами.

С помощью созданного на основе разработанного алгоритма параллельного программного обеспечения рассчитаны сейсмические волновые поля, которые использованы специалистами ИНГГ СО РАН С.Б. Горшкалевым, В.В. Карстеном, специалистами «Тюменского нефтяного научного центра» О.А. Литтау, А.В. Новокрециным и др. для разработки методики компенсации расщепления поперечных волн в верхней части разреза, в том числе защищена кандидатская диссертация Е.В. Афониной по теме «Методика обработки данных 2D-3C отраженных PS-волн для компенсации их расщепления в азимутально-анизотропных слоях, залегающих выше целевого интервала исследований».

Также с помощью созданного программного обеспечения численно исследована сходимость решений для разработанной и других известных конечно-разностных схем для моделей среды с разными типами границ разрывов параметров.

### **Апробация работы и публикации**

Научные результаты работы известны научной общественности. Они докладывались, обсуждались и одобрены специалистами на 20 научных международных конференциях в России и за рубежом, таких как: международная конференция «ММГ-2008», Новосибирск, 2008; международная конференция и выставка EAGE, Амстердам, Нидерланды, 2009; Барселона, Испания, 2010; Санкт-Петербург, 2016, 2018, 2020; международный научный конгресс «ГЕО-Сибирь», Новосибирск, 2009, 2015; международная конференция «KazGeo 2010», Алматы, Казахстан, 2010; генеральная ассамблея IUGG, Мельбурн,

Австралия, 2011; международная конференция «Waves 2011», Ванкувер, США, 2011; всероссийская научная конференция «Сейсмические исследования земной коры», Новосибирск, 2011; вторая конференция и выставка «Суперкомпьютерные технологии в нефтегазовой отрасли», Москва, 2011; международный семинар «PAPA 2012», Хельсинки, Финляндия, 2012; всероссийская конференция «Геофизические методы исследования земной коры», посвященная 100-летию со дня рожд. акад. Н.Н. Пузырева, Новосибирск, 2014; международная конференция AAPG «Fractured reservoirs», Сицилия, Италия, 2015; 5-я научно-практическая конференция «Тюмень 2017», Тюмень, 2017; научно-поисковый геологический семинар EAGE «ProGREss 2019», Сочи, 2019; 21-я конференция по вопросам геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа «Геомодель-2019», Геленджик, 2019; 11-я международная научная конференция-школа «Theory and Computational Methods for Inverse and Ill-posed Problems», Новосибирск, 2021.

Научные результаты опубликованы в 6 статьях в научных журналах из списка ВАК: Geophysical Prospecting, 2010; Numerical Analysis and Applications, 2011; Сибирский журнал вычислительной математики, 2011; Geophysics, 2014; Технологии сейсморазведки, две статьи в 2016; РРОнефть, 2021. Получены 2 свидетельства о регистрации программного обеспечения.

### **Структура и объём работы.**

Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения и списка литературы из 110 наименований. Работа содержит 165 страниц, 38 рисунков.

### **Благодарности.**

Диссертация выполнена в лаборатории вычислительной физики горных пород Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН.

Автор выражает искреннюю признательность д.ф.-м.н., профессору В.А. Чеверде и научному руководителю д.ф.-м.н. В.В. Лисице, на основе результатов длительной совместной работы с которыми написана эта диссертация.

Автор выражает благодарность своим коллегам в разное время принимавшим активное участие в обсуждении данной работы, в особенности д.г.-м.н. В.Д. Суворову, к.ф.-м.н. В.И. Костину, д.ф.-м.н. М.И. Протасову, д.ф.-м.н. Г.В. Решетовой и к.ф.-м.н. В.Г. Хайдукову. Отдельно хочется поблагодарить к.т.н. С.Б. Горшкалева и н.с. В.В. Карстена за геофизический взгляд на решаемые задачи, который значительно отличается от присущего автору математического.

Также хочется отметить, что переход от численного моделирования изотропных упругих сред к анизотропным для автора и его коллег внутри института был вдохновлен академиком С.В. Гольдиным.

Автор выражает особую благодарность В.И. Самойловой за методические рекомендации при подготовке диссертации и Т.С. Хачковой за помощь в верстке и оформлении работы.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** определен объект исследования, обоснована актуальность, поставлены цели и научные задачи, указана методология исследования, сформулированы защищаемые результаты, научная новизна, а также теоретическая и практическая значимость найденных решений и разработок.

### **Глава 1. Аналитический обзор известных решений, их достоинства и недостатки**

Сейсмической анизотропией называют зависимость скоростей сейсмических волн от направления их распространения [Кузнецов и др., 2006; Гольдин, 2008], возникающей вследствие анизотропии геологических свойств среды. Наиболее важные для нефтегазовой геофизики причины возникновения анизотропии: тонкослоистое строение среды [Backus, 1962; Puzryev et al., 1984; Schoenberg, Muir, 1989] и упорядоченные неоднородности среды [Вавакин, Салганик, 1975; Hudson, 1981; Schoenberg, Sayers, 1995; Hudson et al., 2001].

Распространение сейсмических волн описывается системой уравнений упругости [Годунов, Рябенский, 1973; Ландау, Лифшиц, 1987]. Известны аналитические подходы к ее решению для некоторых простых моделей среды: для однородной среды [Владимиров, 1981]; осесимметричной заполненной жидкостью скважины в однородной среде [Biot, 1952]; осесимметричной скважины с источником, нарушающим осесимметричность [Крауклис, Крауклис, 1976].

В 70-х годах XX века получают распространение аналитически-вычислительные методы: основанные на преобразовании Фурье по пространству для сведения задачи к серии одномерных [Алексеев, Михайленко, 1977; Alekseev, Mikhailenko, 1990]; псевдоспектральные методы [Kosloff, Waaysal, 1982]; лучевое приближение [Cerveny, 1972].

С развитием компьютеров появилась возможность решать задачу распространения сейсмических волн в полной постановке для трехмерной среды. Для этого применяются разные численные методы, в частности, метод конечных разностей [Alford et al., 1974; Virieux, 1986; Saenger et al., 2000]. Основные его преимущества – простота построения



алгоритма, меньшие требования к вычислительным ресурсам, возможность аппроксимировать среды произвольной геометрической сложности с достаточной для сейсмического моделирования точностью [Moczo et al., 2002; Virieux et al., 2011; Vishnevsky et al., 2014]. Основной недостаток – плохая аппроксимация высококонтрастных границ среды, не проходящих по линиям сетки.

В геофизике конечно-разностный подход используется с 70-х годов XX века: схема «крест» [Kelly et al., 1976] для системы уравнений упругости в смещениях и схема «на сдвинутых сетках» [Virieux, 1986; Levander, 1988] для системы уравнений упругости в скоростях смещений и напряжениях, в том числе для трехмерной среды [Yomogida, Etgen, 1993; Graves, 1996; Moczo et al., 2002]. Второй подход позволяет использовать эффективные слабоотражающие граничные условия PML [Berenger, 1994; Chew, Liu, 1996; Collono, Tsogka, 2001] для ограничения вычислительной области и получает широкое распространение.

Для анизотропной упругой среды используется схема «на повернутых сетках» [Saenger et al., 2000]. В качестве альтернативы автор диссертации предлагает конечно-разностную схему, основанную на сетке В.И. Лебедева [Лебедев, 1964; Lisitsa, Vishnevskiy, 2010].

Для трехмерных сред конечно-разностное сейсмическое моделирование возможно только с использованием многопроцессорных компьютеров с распределенной памятью из-за объема необходимой для вычислений оперативной памяти. Достоинство перечисленных схем – возможность распараллеливания алгоритма путем декомпозиции расчетной области [Graves, 1996; Korneev, Vishnevsky et al., 1997].

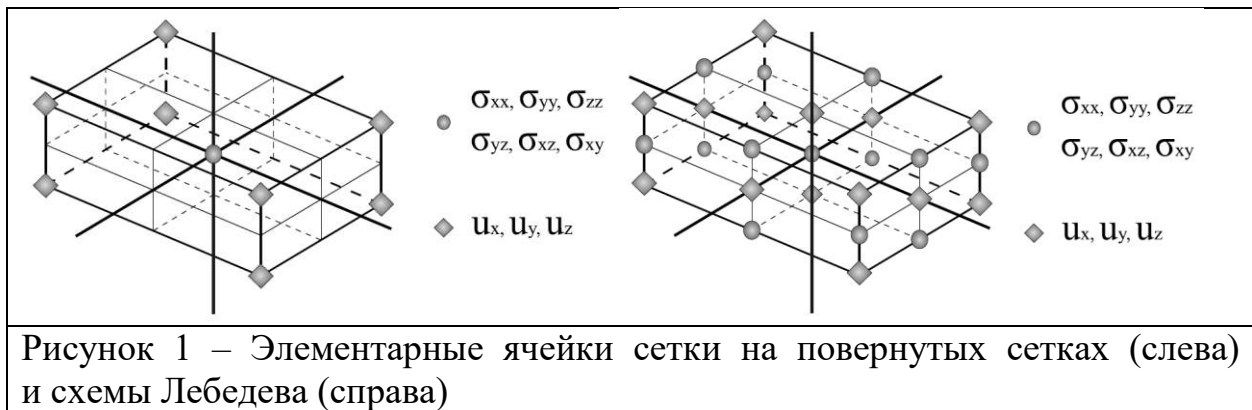
## **Глава 2. Конечно-разностная схема для расчета сейсмических волновых полей в анизотропных упругих средах**

Глава посвящена разработке новой конечно-разностной схемы [Lisitsa, Vishnevskiy, 2010] для расчета сейсмических волновых полей в анизотропных упругих средах, исследованию ее свойств и сравнению со схемой на сдвинутых сетках [Virieux, 1986] и схемой на повернутых сетках [Saenger, Bohlen, 2004] по особенностям использования и вычислительной эффективности.

**Раздел 2.1** содержит математическую постановку задачи распространения сейсмических упругих волн. Для системы уравнений динамической теории упругости в полупространстве  $Z > 0$  трехмерной анизотропной среды формулируется начально-краевая задача с нулевыми начальными данными и условием равенства нулю нормального напряжения на границе  $Z = 0$  (свободная поверхность).

В разделе 2.2 описываются две известных конечно-разностных схемы для системы уравнений упругости (схема «на сдвинутых сетках» [Virieux, 1986] и схема «на повернутых сетках» [Saenger, Bohlen, 2004]) и разрабатывается новая схема [Lisitsa, Vishnevskiy, 2010] на основе конечно-разностной сетки В. И. Лебедева [Лебедев, 1964], в честь которого разработанная схема получает название «схема Лебедева».

Эти схемы отличаются пространственным расположением узлов, входящих в систему уравнений упругости сеточных функций (Рисунок 1), что приводит к различию в конечно-разностной аппроксимации пространственных производных системы.



Также для каждой из трех схем выводятся коэффициенты сеточных уравнений в случае разрывных коэффициентов системы уравнений упругости. Для схемы на сдвинутых сетках и схемы на повернутых сетках это делается интегро-интерполяционным методом [Самарский, 1983], для схемы Лебедева – как усреднение тонкослоистой среды [Backus, 1962; Schoenberg, Muir, 1989].

Раздел 2.3 посвящен анализу свойств разработанной конечно-разностной схемы Лебедева и двух альтернативных с целью сравнения их вычислительной эффективности и выяснения особенностей использования [Lisitsa, Vishnevskiy, 2010].

Все три схемы явные и условно устойчивые. Вывод условия устойчивости на соотношение пространственных и временных шагов схем осуществляется проверкой необходимого спектрального условия устойчивости Неймана [Годунов, Рябенский, 1973]. Для этого находится решение системы конечно-разностных уравнений (схемы Лебедева и схемы на повернутых сетках) и проверяется, при каких условиях это решение не имеет экспоненциального роста по времени. В результате

условие устойчивости схемы Лебедева:  $\tau \sqrt{\frac{1}{h_x^2} + \frac{1}{h_y^2} + \frac{1}{h_z^2}} \max[V_{qp}] \leq 1$ ,

и схемы на повернутых сетках:  $\tau \frac{1}{\min[h_x, h_y, h_z]} \max[V_{qp}] \leq 1$ .

Все три схемы обладают численной дисперсией, для ее нахождения отыскивается конечно-разностное решение в виде плоской волны, откуда выражается скорость этой волны в зависимости от направления и параметров сетки. И после перехода к сферической системе координат выражается максимальная относительная ошибка скоростей плоских волн конечно-разностной схемы относительно исходных скоростей системы уравнений упругости. Для схемы Лебедева максимальная

относительная ошибка:  $\varepsilon^L = \frac{1}{6} \left( 1 - \frac{1}{3} (\gamma \varphi^L)^2 \right) \left( \frac{\pi}{N} \right)^2$ , для схемы на

повернутых сетках:  $\varepsilon^L = \frac{1}{6} \left( 1 - \frac{1}{3} (\gamma \varphi^L)^2 \right) \left( \frac{\pi}{N} \right)^2$ , где  $N$  – отношение числа шагов сетки к длине плоской волны,  $\varphi$  – число Куранта схемы,  $\gamma$  – отношение скорости плоской волны к максимальной скорости модели среды.

По формулам для относительных ошибок находится соотношение пространственных шагов схем, обеспечивающее для них равенство численной дисперсии, и соотношение объемов необходимой для расчетов оперативной памяти: для вычислений по схеме Лебедева достаточно от одной трети до двух третей памяти, необходимой для схемы на повернутых сетках.

В разделе 2.4 методом дифференциального приближения [Шокин, Яненко, 1985] показано, что схема Лебедева и схема на повернутых сетках аппроксимируют более широкие, относительно системы уравнений упругости, системы уравнений с количеством характеристик, вчетверо превышающим количество характеристик системы уравнений упругости. Часть плоских волн этих систем соответствует плоским волнам исходной системы уравнений, а остальные являются «нефизичными». Выведена аппроксимация правой части уравнений, обеспечивающая сходимость нефизичных конечно-разностных решений к нулю [Lisitsa, Vishnevskiy, 2011].

В разделе 2.5 обосновывается необходимость использования слабопоглощающих граничных слоев для ограничения расчетной области и выбор среди множества подходов к их построению многоосного идеально согласованного слоя, или M-PML (от английского Multi-axial Perfectly Matched Layer) [Berenger, 1994]. Схема Лебедева модифицируется для аппроксимации уравнений M-PML слоя [Lisitsa, Vishnevskiy, 2010].

### Глава 3. Разработка алгоритма, его программная реализация и применение в прикладных задачах

В разделе 3.1 описаны алгоритм, особенности его программной реализации и верификация путем численных экспериментов в моделях однородных сред.

Формулы разработанной явной конечно-разностной схемы Лебедева непосредственно выражают значения схемы на следующем слое по времени через значения на предыдущем, без необходимости привлекать какой-либо дополнительный математический аппарат. Поэтому алгоритм по ним строится автоматически [Вишневский, Чеверда, 2008].

Программная реализация алгоритма для расчетов в моделях трехмерных сред обладает требованиями к вычислительным ресурсам, которым удовлетворяют только многопроцессорные вычислительные системы. Алгоритм адаптируется для использования такой аппаратной части методом декомпозиции области [Graves, 1996; Korneev, Vishnevsky et al., 1997; Костин и др., 2011]. Для разработки программы используется язык программирования C++ и интерфейс передачи сообщений MPI (Message Passing Interface) для распараллеливания вычислений.

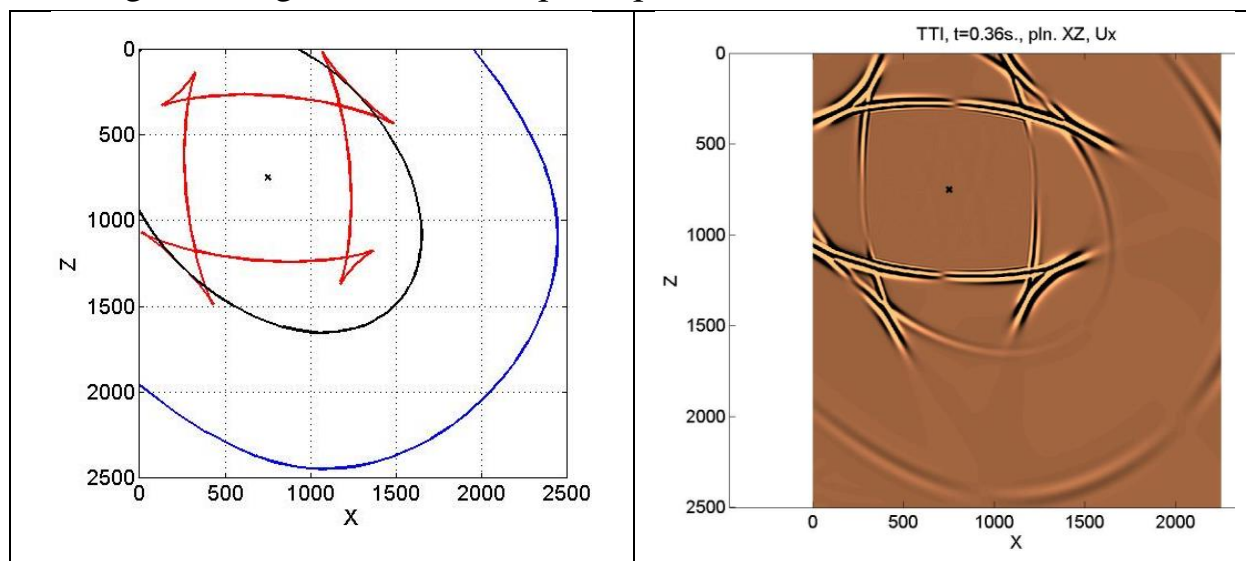


Рисунок 2 – Индикатрисы групповых скоростей модели однородной среды с TTI анизотропией в плоскости XZ (слева); моментальный снимок X-компоненты скоростей смещений в плоскости XZ (справа)

Верификация разработанного алгоритма и программного обеспечения осуществляются серией численных экспериментов для двух моделей однородной трансверсально-изотропной упругой среды [Lisitsa, Vishnevskiy, 2010]: с вертикальной осью анизотропии и с повернутой на  $45^\circ$  к вертикали. Для однородной среды зависимость скорости волн от направления находится аналитически, что позволяет сравнить ее с результатами численных экспериментов для точечного источника.

Мгновенные снимки волнового поля показывают хорошее совпадение рассчитанных волновых фронтов и аналитически найденных индикатрис групповых скоростей соответствующих волн (Рисунок 2).

**Разделе 3.2** посвящен численному исследованию сходимости трех рассматриваемых конечно-разностных схем. Для моделей с наклонными, криволинейными и т.д. границами оценок порядка сходимости схем из публикаций неизвестно. Поэтому сходимость исследуется численно путем решения для репрезентативного набора моделей упругих сред серии конечно-разностных уравнений на восьми вложенных сетках с уменьшающимся в два раза шагом [Vishnevsky et al., 2014]. Для каждой модели полученные решения анализируются на сходимость в частном случае. Нужно отметить, что сходимость частных решений является необходимым, но недостаточным условием сходимости схемы.

В качестве набора моделей упругих сред выбраны среды четырех типов: однородная среда; среда с горизонтальной границей, проходящей по линиям сетки; среда с прямолинейной наклонной границей; среда с однородным слоем сверху и слоем внизу, разделенным вертикальной границей на две различающиеся однородные части. Для выполнения численных экспериментов разработаны параллельные программы для двумерной среды, которые получили государственную регистрацию [Вишневский, Лисица, 2021a; Вишневский, Лисица, 2021b].

Численные эксперименты показывают сходимость второго порядка для всех трех схем для однородной среды, что согласуется с теорией [Самарский, 1983; Virieux, 1986; Saenger et al., 2000] и подтверждает корректность работы программы. Для среды с горизонтальной границей схемы также показывают второй порядок сходимости. Для моделей с наклонной прямолинейной границей и модели четвертого типа порядок сходимости оказывается первым для всех трех схем.

В **разделе 3.3** описывается применение разработанного алгоритма для расчета сейсмических волновых полей в слоистых анизотропных средах в прикладных задачах сейсмической геофизики.

1. Сотрудниками ООО «Тюменский нефтяной научный центр» (ООО ТННЦ) О.А. Литтау и А.В. Новокрециным разработан метод нахождения коэффициентов отражения продольной плоской волны в азимутально-анизотропных средах [Литтау, Вишневский и др., 2017]. Для подтверждения работоспособности метода на «синтетических» сейсмических данных соискателем выполняется трехмерное численное моделирование с помощью разработанного алгоритма на основе схемы Лебедева для трех слоистых моделей анизотропной среды, разработанных специалистами ООО ТННЦ. Используется точный

источник типа вертикальной силы с импульсом Рикера с частотой 30 Гц. Система наблюдения поверхностная 7\*7 км, 5040 приемников и дополнительно 13 сейсмограмм ВСП, длина записи 3 с. Расчётная сетка 4000\*4000\*810 ячеек, используется 1024 процессорных ядер. Обработка и анализ рассчитанных данных выполняются специалистами ООО ТНЦ [Литтау, **Вишневский** и др., 2017].

2. Юрубчено-Тохомская зона нефтегазонакопления (ЮТЗ) – крупное нефтегазовое месторождение в Красноярском крае с каверново-трещинными коллекторами, для трещин характерны субвертикальные углы падения [Конторович и др., 1996]. С направленной трещиноватостью связана сейсмическая анизотропия свойств пород, при этом анизотропные свойства пространственно неоднородны.

В связи с этим специалистами-сейсмиками ИНГГ СО РАН С. Б. Горшкалевым и др. по данным ЮТЗ строится слоистая трехмерная модель упругой среды из 11 слоев, содержащая 2 слоя с анизотропией трансверсально-изотропного типа с горизонтальной осью симметрии, направление которой зависит от координаты X. Верхний анизотропный слой модели соответствует распространенной в данном районе анизотропии верхней части разреза [Горшкалев и др., 2007] и искажает волновую картину, связанную с нижним целевым анизотропным слоем.

Расчеты волновых полей выполняются с использованием разработанного алгоритма [Горшкалев, **Вишневский** и др., 2016a; Горшкалев, **Вишневский** и др., 2016b]. Для вычислений используется сетка 3000\*3000\*2000 ячеек и 4096 процессорных ядер кластера «Ломоносов-2» НИВЦ МГУ. Источник сейсмических волн типа вертикальной силы с импульсом Рикера с 50 Гц. Система наблюдения поверхностная 4\*4 км с шагом 10 м и дополнительно 3\*3 км сейсмограммы ВСП с шагом 150 м, длина записи 2.5 с.

Последующая обработка выполняется специалистами ИНГГ СО РАН С.Б. Горшкалевым и др. С помощью поляризационного анализа обменных волн методом псевдовращений [Горшкалев и др., 2007] компенсируется расщепление в верхнем слое и определяются параметры расщепления для нижнего анизотропного слоя [Карпов, **Vishnevskiy et al.**, 2015; Горшкалев, **Вишневский** и др., 2016b].

В разделе 3.4 описывается применение разработанного алгоритма для полномасштабного моделирования сейсмических волновых полей в существенно трехмерной изотропной среде. Из-за высоких требований к вычислительным ресурсам такие расчеты выполнены только для изотропной среды.

Палеозойские отложения Западной Сибири давно привлекают внимание нефтяников, но известные методики выделения ловушек и построения моделей залежей требуют развития [Конторович и др., 2017]. Упругая модель трехмерной изотропной среды строится специалистами ООО «ПетроТрейс» и ООО «Газпромнефть-НТЦ» [Вороничева, Вишневецкий и др., 2019; Lisitsa, Vishnevsky et al., 2020] по данным бурения и их геологической интерпретации. По результатам анализа этих данных выделяются четыре характерные двумерные модели строения упругой среды в доюрском комплексе Томской области (Рисунок 3). Эти двумерные модели объединяются в одну трехмерную модель упругой изотропной среды размеров 20 на 10 км и 7 км по глубине.

Расчет волновых полей выполняется с использованием разработанного алгоритма [Вороничева, Вишневецкий и др., 2019; Lisitsa, Vishnevsky et al., 2020]. Для вычислений используется сетка около 2100\*2100\*1400 ячеек с шагом 5 м по пространству. Расчеты выполняются на кластере «Ломоносов-2» НИВЦ МГУ и «Торнадо» СПбПУ, вычислительная сложность составляет 700-1000 ядрочасов на источник. Общее время расчетов - около полугода.

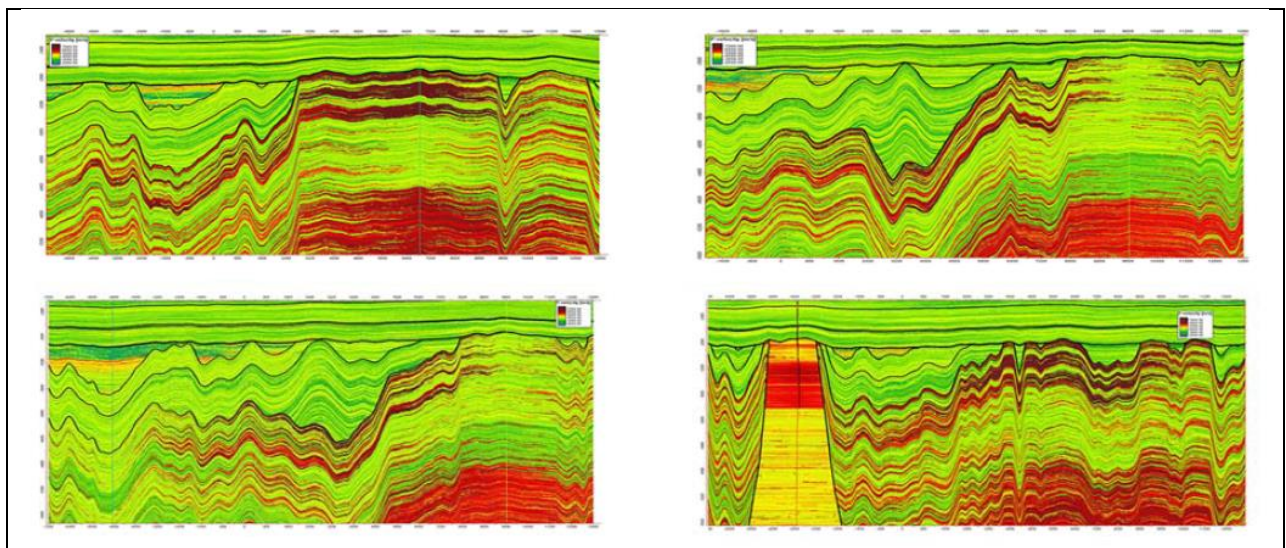


Рисунок 3 – Сечения трехмерной упругой скоростной модели по данным бурения и геологической интерпретации доюрского комплекса Томской области, соответствующие: первой характерной модели (слева сверху), второй (справа сверху), третьей (слева снизу), четвертой (справа снизу)

Для возбуждения сейсмических волн используется центр давления с функцией импульс Рикера с частотой 25 Гц. Общее количество пунктов возбуждения – 6200. Система наблюдения 100 линий приемников через 100 м, 401 приемник на линию с шагом 25 м располагается симметрично относительно каждого источника. Дополнительно записываются сейсмограммы ВСП с фиксированным положением относительно модели. Время сейсмических наблюдений – 3 секунды.

Высокое качество рассчитанных данных подтверждается специалистами ООО «ПетроТрейс» и ООО «Газпромнефть-НТЦ» [Вороничева, Вишнеvский и др., 2019; Lisitsa, Vishnevsky et al., 2020]. Далее рассчитанные данные используются при анализе процедур временной и глубинной обработки на предмет возможности построения качественных изображений доюрского комплекса Томской области [Протасов, Вишнеvский и др., 2021].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результатами исследования являются новая конечно-разностная схема, разработанная с использованием сетки Лебедева, для моделирования распространения сейсмических волн в трехмерных анизотропных средах и алгоритм на ее основе. Схема теоретически и экспериментально обоснована, определены условия устойчивости и численная дисперсия схемы, найдено и использовано для подавления нефизических решений первое дифференциальное приближение. Выполнено численное исследование скорости сходимости схемы, показывающее сходимость первого порядка для границ разрыва коэффициентов уравнений, не проходящих по линиям конечно-разностной сетки.

Созданный на основе разработанного алгоритма, использующего декомпозицию области для распараллеливания вычислений и прием построения слабоотражающих слоев M-PML для ограничения расчетной области, научно-исследовательский вариант параллельного программного обеспечения показал эффективность распараллеливания 0.9 при увеличении количества процессорных ядер в 10 раз. Рассчитанные с его помощью волновые поля успешно используются как соискателем для исследования скорости численной сходимости конечно-разностной схемы, так и другими специалистами в прикладных задачах сейсмической геофизики: при изучении амплитуд отражения для анизотропных сред с различными типами симметрии; для определения параметров анизотропии в верхнем анизотропном слое слоистой модели Юрубчено-Тахомской зоны и компенсации анизотропии верхнего слоя для более точного определения параметров анизотропии нижнего анизотропного слоя.

Преимуществами разработанных схемы и алгоритма являются:

- расчет полного волнового поля, которое вследствие сходимости схемы можно сколь угодно приблизить к решению дифференциальной задачи ценой уменьшения шага дискретизации;



– относительная простота программной реализации алгоритма, а также его дальнейшего развития, например, введение в уравнения поглощения;

– в сравнении с прямым аналогом – конечно-разностной схемой на повернутых сетках для трехмерной анизотропной среды – разработанная схема требует приблизительно вдвое меньшей памяти компьютера для вычислений с заданным уровнем численной дисперсии.

К недостаткам разработанной схемы (как и других конечно-разностных) нужно отнести худшую аппроксимацию границ разрыва коэффициентов уравнений, которые не проходят по границам ячеек сетки, например, наклонные и криволинейные. Когда влияние таких границ на волновую картину велико, например, для моделей с топографией поверхности, рекомендуется использовать для моделирования другие численные методы, например, конечных элементов или Галеркина.

Соответственно, первым из возможных направлений развития разработанного алгоритма в будущем можно выделить создание на его основе гибридного алгоритма с методом конечных элементов или Галеркина. Например, для решения задач сейсмологии с топологией можно использовать для аппроксимации части модели со свободной поверхностью математические методы, обеспечивающие более высокий порядок ее аппроксимации. Одновременно с этим для численного моделирования волновых полей в части модели без выделенных контрастных границ использовать более вычислительно эффективную схему Лебедева. А на границе между первой и второй частями модели разработать математически корректные условия согласования. Это позволит значительно увеличить точность численного решения при разумном увеличении вычислительной сложности алгоритма.

К существенным особенностям разработанного алгоритма следует отнести его значительную вычислительную стоимость, что приводит к фактической необходимости ориентации на параллельные суперкомпьютеры при разработке научно-исследовательской версии программного обеспечения и последующем его использовании для расчета волновых полей.

Соответственно, второе направление развития – повышение вычислительной эффективности алгоритма. Во-первых, перспективным видится создание гибридного алгоритма, совмещающего конечно-разностную схему Лебедева и схему на сдвинутых сетках. Для моделей с локальными анизотропными включениями возможно использование схемы Лебедева только для части вычислительной области, содержащей анизотропные включения, и значительно более вычислительно дешевой

схемы на сдвинутых сетках – для изотропной части вычислительной области. Равенство скоростей конечно-разностных плоских волн этих двух схем позволяет надеяться, что паразитные отражения, возникающие на границах их сопряжения, удастся сделать минимальными.

Во-вторых, для повышения вычислительной эффективности конечно-разностных схем применяется повышение порядка их аппроксимации по пространству [Levander, 1988]. Этот подход напрямую применим к разработанной схеме, а теоретическое исследование и практическое применение возникающих в результате конечно-разностных схем также ждет воплощения в будущем.

Третье направление развития – доработка и дальнейшее применение основанного на разработанном алгоритме научно-исследовательского программного обеспечения. К настоящему времени численное моделирование волновых полей с помощью разработанного программного обеспечения выполнялось для плоскостойких моделей [Горшкалев, Вишневский и др., 2016а; Горшкалев, Вишневский и др., 2016b; Литтау, Вишневский и др., 2017] и для существенно трехмерных изотропных моделей [Протасов, Вишневский и др., 2021]. Расчет волновых полей для существенно трехмерных моделей анизотропных упругих сред – вопрос будущего.

## ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### Статьи в рецензируемых научных журналах из перечня ВАК

1. Lisitsa V. Lebedev scheme for the numerical simulation of wave propagation in 3D anisotropic elasticity / V. Lisitsa, **D. Vishnevskiy** // Geophysical Prospecting. – 2010. – V. 58. – № 4. – P. 619-635.
2. Lisitsa V.V. On specific features of the Lebedev scheme in simulating elastic wave propagation in anisotropic media / V.V. Lisitsa, **D.M. Vishnevsky** // Numerical Analysis and Applications. – 2011. – V. 4. – № 2. – P. 125-135.
3. Numerical study of the interface errors of finite-difference simulations of seismic waves / **D. Vishnevsky** [et al.] // Geophysics. – 2014. – V. 79. – № 4. – P. T219-T232.
4. Поляризационный анализ отраженных PS-волн в средах с переменным направлением трещиноватости / С.Б. Горшкалев, ... **Д.М. Вишневский** [и др.] // Технологии сейсморазведки. – 2016. – № 1. – С. 52-60.
5. Анализ возможности изучения переменного направления трещиноватости коллектора по данным ВСП / С.Б. Горшкалев, ... **Д.М. Вишневский** [и др.] // Технологии сейсморазведки. – 2016. – № 1. – С. 44-51.
6. Численное исследование возможностей построения изображений доюрского комплекса Томской и Новосибирской областей /

М.И. Протасов, ... **Д.М. Вишневский** [и др.] // ПРОнефть. Профессионально о нефти – 2021. – Т. 6. – № 4. – С. 71-80.

#### **Зарегистрированные программы для ЭВМ**

7. **Вишневский Д.М.** Свидетельство о регистрации программы ЭВМ ElastAnis\_LScheme / **Д.М. Вишневский**, В.В. Лисица // Св-во о регистр. прогр. 2021617444; RU; №2021615813, заявл. 22.04.2021, опубл. 14.05.2021.
8. **Вишневский Д.М.** Свидетельство о регистрации программы ЭВМ ElastAnis\_RScheme / **Д.М. Вишневский**, В.В. Лисица // Св-во о регистр. прогр. 2021665499; RU; №2021664741, заявл. 23.09.2021, опубл. 27.09.2021.

#### **Основные материалы конференций**

9. Параллельная реализация численного моделирования трехмерного распространения волн путем декомпозиции области [Электронный ресурс] / **Д.М. Вишневский**, В.А. Чеверда // Международная конференция по математическим методам в геофизике "ММГ-2008" (Новосибирск, 13 - 15 октября 2008 г.). – Новосибирск. – 2008.
10. Possibility of assessment of varying fracturing direction with VSP / I.A. Karpov, **D.M. Vishnevskiy** [et al.] // Fractured Reservoirs: Geological, Geophysical and Engineering Tools to Crack Them (Catania, Sicily, 16-17 april, 2015): Abstracts. – Catania. – 2015. – P. 37-37.
11. Особенности амплитуд отражения в лучевом приближении для анизотропных сред с различными типами симметрии [Электронный ресурс] / О.А. Литгау, **Д.М. Вишневский** [и др.] // Тюмень 2017: Геонауки - ключ к рациональному освоению недр: Материалы 5-ой научно-практической конференции (Тюмень, 27-30 марта 2017 г.). – Тюмень. – 2017. – 07с.
12. Реализация полномасштабного моделирования 3Д для изучения доюрского комплекса Томской области / Е.М. Вороновичева, **Д.М. Вишневский** [и др.] // Геомодель-2019: 21-я конференция по вопросам геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа (Геленджик, 9-13 сентября 2019 г.). – Геленджик. – 2019. – С. 1-6.
13. Use of seismic modelling to develop optimal processing procedures for investigation of pre-jurassic formations / V. Lisitsa, **D. Vishnevsky** [et al.] // EAGE. Saint Petersburg 2020. Geosciences: Converting Knowledge into Resources (Saint Petersburg, Russia, 6-9 April 2020). – СПб. – 2020. – Vol. 2. – P. 1-5.

---

*Технический редактор Т.С. Курганова*

*Подписано к печати 10.01.2023*

*Формат 60x84/16. Бумага офсет №1. Гарнитура Таймс*

*Печ.л. 0,9. Тираж 100. Зак. № 99*

---

*ИНГГ СО РАН, 630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3*